

SESSION 2024

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Concours externe - Concours externe spécial langue régionale - Troisième concours
Second concours interne - Concours interne spécial langue régionale

Deuxième épreuve d'admissibilité

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

L'épreuve est constituée d'un ensemble d'au moins trois exercices indépendants, permettant de vérifier les connaissances du candidat.

Durée : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé dans les conditions relevant de la circulaire du 17 juin 2021 BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

Il appartient au candidat de vérifier qu'il a reçu un sujet complet et correspondant à l'épreuve à laquelle il se présente.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.

Le fait de rendre une copie blanche est éliminatoire.

Tournez la page S.V.P

Ce sujet est composé de 5 exercices indépendants.

EXERCICE 1

Le directeur d'une école primaire organise un tournoi sportif pour les élèves de CE2 et de CM1 des écoles de la ville. Au total, on compte 72 élèves de CE2 et 108 élèves de CM1 répartis dans quatre écoles.

PARTIE A

Le directeur souhaite que les équipes soient composées selon les règles suivantes :

- le nombre d'élèves de CE2 doit être identique dans toutes les équipes.
- le nombre d'élèves de CM1 doit être identique dans toutes les équipes.

1. Le directeur envisage dans un premier temps de constituer 14 équipes avec un maximum d'élèves des deux niveaux (sans nécessairement sélectionner tous les élèves).
 - a. Donner la composition de chaque équipe.
 - b. Dans ces conditions, combien d'élèves ne participeront pas au tournoi ?
2. Le directeur change d'avis : il souhaite que tous les élèves puissent participer. Pour cela, il cherche à déterminer le nombre d'équipes adéquat.
 - a. Peut-il constituer 8 équipes ? Justifier.
 - b. Décomposer 72 et 108 en produit de facteurs premiers.
 - c. En déduire la liste des diviseurs communs à 72 et 108.
 - d. Quel nombre d'équipes maximal le directeur peut-il constituer ? Préciser alors la composition de chaque équipe.

PARTIE B

Le tableau ci-dessous indique la répartition des élèves de CE2 et de CM1 qui participent au tournoi selon leur école de scolarisation :

	École Aimé Césaire	École Irène Joliot-Curie	École Lucie Aubrac	École Victor Hugo
Effectif en CE2	20	22	14	16
Effectif en CM1	24	19	34	31

1. Parmi les élèves de l'école Irène Joliot-Curie qui participent au tournoi, quelle est la proportion d'élèves de CE2 ? Donner le résultat en pourcentage arrondi à l'unité.
2. Calculer le nombre moyen d'élèves en classe de CM1 sur l'ensemble des quatre écoles.
3. On choisit un élève au hasard parmi tous les élèves qui participent au tournoi. Quelle est la probabilité qu'il soit en CM1 ?
4. On choisit un élève au hasard parmi les élèves de CE2 qui participent au tournoi. Quelle est la probabilité qu'il soit scolarisé à l'école Aimé Césaire ? Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

EXERCICE 2

PARTIE A

Sur le schéma ci-contre le triangle PRC rectangle en R représente une cour d'école.

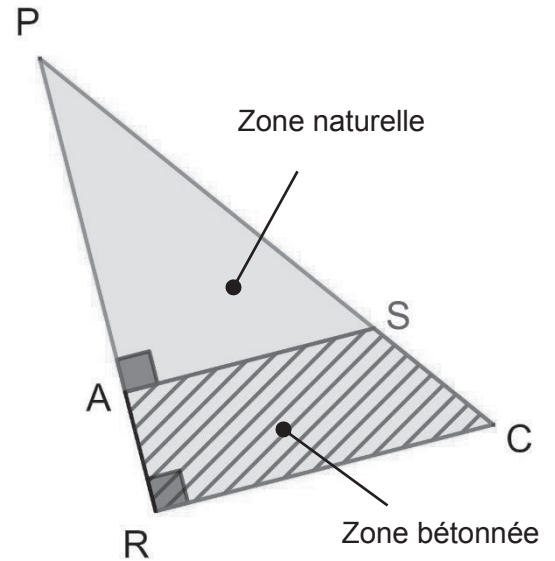
Les points P, A et R sont alignés.

Les points P, S et C sont alignés.

PA = 28 m, AR = 10 m, PS = 35 m.

Il est prévu d'aménager sur cette cour :

- une zone naturelle engazonnée représentée par le triangle PAS rectangle en A ;
- une zone bétonnée représentée par la partie RASC.



1. Tracer le plan de la cour d'école en choisissant comme échelle 1 cm pour 5 m. Justifier les dimensions utilisées et laisser les traits de construction apparents.
2. Montrer que $AS = 21$ m.
3. Calculer RC.
4. Vérifier que l'aire du quadrilatère RASC est égale à $247,5$ m².

PARTIE B

La commune souhaite recouvrir la zone bétonnée d'un revêtement en résine.

La résine choisie est uniquement vendue en pots.

Chaque pot permet de recouvrir 56 m².

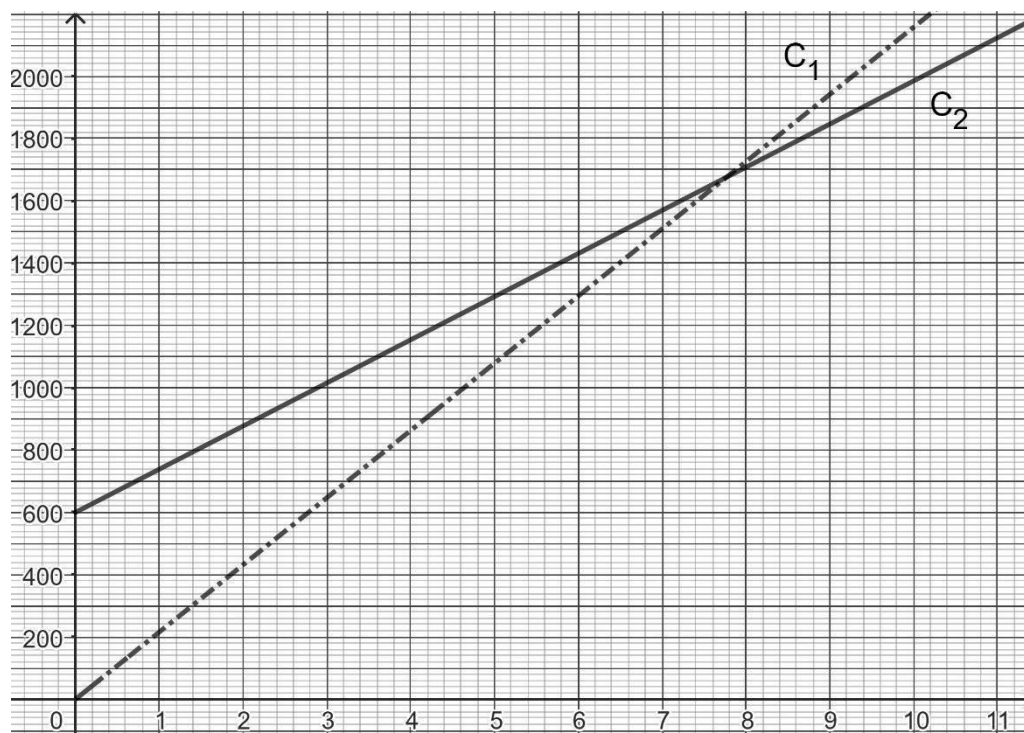
La commune prévoit d'appliquer deux couches de résine.

1. Calculer le nombre de pots nécessaires pour recouvrir la zone bétonnée.
2. La commune peut choisir parmi les propositions de deux fournisseurs de résine.

Fournisseur A	Fournisseur B
Ce fournisseur facture la résine et la pose de la résine à $215,75$ € le pot de résine.	Chaque pot de résine est vendu $138,50$ €. Les frais de pose pour l'ensemble de la commande s'élèvent à 600 €.

- a. Soit f la fonction qui au nombre n de pots de résine achetés auprès du fournisseur A associe le prix total à payer en euros. Donner l'expression de $f(n)$.
- b. Soit g la fonction qui au nombre n de pots de résine achetés auprès du fournisseur B associe le prix total à payer en euros. Donner l'expression de $g(n)$.

3. a. En exploitant le graphique ci-dessous, déterminer le fournisseur le plus intéressant pour la commune ainsi que le coût approximatif correspondant. Expliquer votre démarche.



- b. Calculer le coût exact de ces travaux avec le fournisseur retenu.

PARTIE C

En prévision d'une éventuelle extension de la zone bétonnée, un troisième fournisseur est sollicité.

Fournisseur C
Chaque pot de résine est vendu 104,65 €.
Les frais de pose pour l'ensemble de la commande s'élèvent à 995,75 €.

Pour comparer les propositions des fournisseurs B et C selon le nombre de pots utilisés, la commune exploite la feuille de calcul ci-après :

	A	B	C
1	Nombre de pots de résine	Coût Fournisseur B	Coût Fournisseur C
2	1	738,5	1100,4
3	2	877	1205,05
4	3	1015,5	1309,7
5	4	1154	1414,35
6	5	1292,5	1519
7	6	1431	1623,65
8	7	1569,5	1728,3
9	8	1708	1832,95
10	9	1846,5	1937,6
11	10	1985	2042,25
12	11	2123,5	2146,9
13	12	2262	2251,55
14	13	2400,5	2356,2
15	14	2539	2460,85
16	15	2677,5	2565,5
17	16	2816	2670,15

Les coûts sont exprimés en euro.

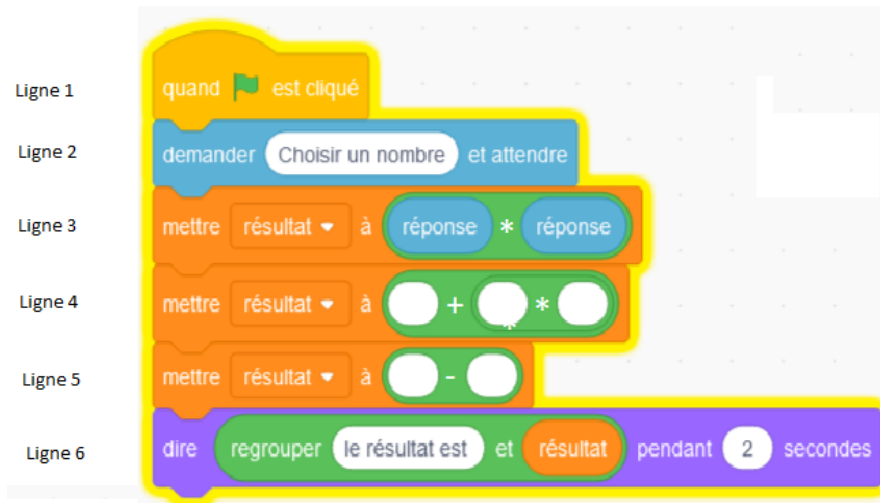
1. Quelle formule a été saisie en cellule C2 puis étirée pour compléter la colonne C ?
2. À l'aide du tableau, déterminer à partir de combien de pots le fournisseur C semble être plus intéressant que le fournisseur B.
3. Ecrire et résoudre une inéquation qui permet de retrouver ce résultat.

EXERCICE 3

Voici un programme de calcul :

Choisir un nombre de départ
Prendre le carré du nombre de départ
Ajouter le triple du nombre de départ
Soustraire 4 au résultat

1. Montrer que le résultat du programme de calcul est 36 lorsque le nombre de départ choisi est 5.
2. Quel résultat obtient-on avec ce programme de calcul en choisissant $\frac{5}{3}$ pour nombre de départ ?
3. On considère le script ci-dessous rédigé avec le logiciel Scratch.



Recopier et compléter les lignes 4 et 5 du script pour qu'il exécute le programme de calcul. Aucune justification n'est attendue.

4.
 - a. On appelle x le nombre de départ. Exprimer en fonction de x le résultat final.
 - b. Vérifier que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x - 1)(x + 4)$.
 - c. Écrire et résoudre l'équation qui permet de trouver le(s) nombre(s) à choisir au départ pour obtenir zéro comme résultat.

EXERCICE 4

Rappels

Le volume d'un cylindre d'aire de base B et de hauteur h est égal à Bh .

Le volume d'une boule de rayon R est égal à $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Le cuisinier d'une cantine confectionne des gâteaux pour les 210 élèves d'une école primaire.

1. Le cuisinier prépare la pâte et la place dans un saladier en forme de demi-sphère de diamètre 42 cm. Ce saladier est entièrement rempli.
 - a. Vérifier que l'arrondi à l'unité du volume de pâte en cm^3 contenu dans le saladier est égal à $19\,396\text{ cm}^3$.
 - b. Exprimer ce volume en litre et en donner l'arrondi au dixième.
2. Le cuisinier envisage d'utiliser des moules tous identiques, de forme cylindrique de 3 cm de rayon et de 5 cm de hauteur. Le cuisinier les remplira de pâte aux trois quarts de leur hauteur.

Quel nombre maximal de moules peut-il remplir en utilisant toute la pâte ?
3.
 - a. Le cuisinier change d'avis et choisit d'autres moules. Ces moules ont la forme de pavé droit de dimensions 4 cm de largeur, 6 cm longueur et 5 cm de hauteur.

A quelle hauteur doit-il les remplir pour faire 210 gâteaux identiques en utilisant toute la pâte ? Donner la valeur arrondie au millimètre.
 - b. Quand la pâte cuit, la hauteur du gâteau augmente de 15 %. Quelle sera la hauteur, arrondie au millimètre, de chaque gâteau après cuisson ?

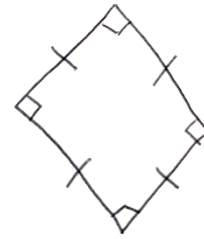
EXERCICE 5

Partie A

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Une réponse sans justification ne sera pas prise en considération lors de la correction.

- Le nombre 1,63 est un nombre rationnel.
- Tout nombre réel x vérifiant $x < -4$ appartient à l'intervalle $] -\infty; -6]$.
- Le croquis ci-contre représente un carré.



Partie B

Pour chacune des questions ci-dessous, plusieurs réponses sont proposées, une seule est exacte. Pour chaque question, écrire sur la copie la lettre correspondant à la bonne réponse. Aucune justification n'est attendue.

	A	B	C	D
1. L'équation $7x - 9 = 0$ a pour solution	1,29	- 1,29	$\frac{9}{7}$	$\frac{7}{9}$
2. L'inéquation $5 - 4x \geq 0$ a pour solution les nombres x tels que	$x \geq -1,25$	$x \geq 1,25$	$x \leq 0,8$	$x \leq 1,25$
3. On considère ce problème : <i>Zoé a 7 crayons de plus que Léa. À elles deux, elles en ont 31.</i> Soit x le nombre de crayons de Zoé. Une équation qui permet de calculer le nombre de crayons de Zoé est :	$2x - 7 = 31$	$2x + 7 = 31$	$31 - 2x = 7$	$x + 7 = 31$
4. On considère le problème suivant : <i>Je suis un nombre. Si on me retranche 5, puis on multiplie le résultat par 2, le résultat est strictement supérieur à mon quadruple. Qui suis-je ?</i> Soit x le nombre cherché. Une inéquation qui permet de traduire ce problème est :	$x - 5 \times 2 > 4x$	$2x - 5 > 4x$	$x - 5 > 2x$	$2x - 10 > 4$

Information aux candidats

Les codes doivent être reportés sur les rubriques figurant en en-tête de chacune des copies que vous remettrez.

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

Externe

	Concours	Épreuve	Matière
Public	EXT PU	102	9418
Privé	EXT PR	102	9418

Concours Externe - Spécial langue régionale

	Concours	Épreuve	Matière
Public	EXT LR PU	102	9418
Privé	EXT LR PR	102	9418

Troisième concours

	Concours	Épreuve	Matière
Public	3ème PU	102	9418
Privé	3ème PR	102	9418

Second concours interne

	Concours	Épreuve	Matière
Public	2INT PU	102	9418
Privé	2INT PR	102	9418

Concours interne - spécial langue régionale

	Concours	Épreuve	Matière
Public	2INT LR PU	102	9418
Privé	2INT LR PR	102	9418